

Πρώτο διαγώνισμα στις Διαφορικές Εξισώσεις

ΔΙΑΡΚΕΙΑ 60 Λεπτά

Στοιχειοθεσία Θεμάτων: Δήμογλου Κωνσταντίνος, Μαθηματικός (Msc).

Θέμα 1

Θεωρούμε η πρώτης τάξης γραμμική διαφορική εξίσωση

$$(E) \quad y'(t) + \sin^2(t)y(t) = \begin{cases} 12 - 3t & , \quad t \in [0, 4] \\ 0 & , \quad t > 4 \end{cases}$$

Να εξετασθεί η αλήθεια των προτάσεων:

- (i) Υπάρχει λύση y της (E) τέτοια ώστε $y(2022) = 2022$.
- (ii) Κάθε λύση y της (E) , τείνει προς το 0, για $t \rightarrow +\infty$.
- (iii) Υπάρχουν ταλαντούμενες λύσεις της (E) .
- (iv) Όλες οι λύσεις της (E) είναι τελικά σταθερές.
- (v) Αν y είναι μία λύση της (E) τέτοια ώστε $y(2022) = 0$, τότε η y είναι μηδενική.
- (vi) Κανένα από τα παραπάνω.

Θέμα 2

Δίνεται η διαφορική εξίσωση

$$(E) \quad y'(t) + y(t) \cos t = e^{-\sin t}, \quad t \in \mathbb{R}$$

Να εξετασθεί η αλήθεια των προτάσεων:

- (i) Υπάρχει φραγμένη λύση της (E) .
- (ii) Κάθε λύση της (E) συγκλίνει σε πραγματικό αριθμό, όταν $t \rightarrow -\infty$.
- (iii) Κάθε λύση y της (E) ικανοποιεί τη σχέση $y\left(\frac{(8k+1)\pi}{2}\right) - y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2k\pi, \quad \forall k \in \mathbb{Z}$

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ